Méthode : Dériver une fonction exponentielle

Exercice 1.:

Dériver les fonctions suivantes :

a) $f(x) = 4x - 3e^x$ b) $g(x) = (x-1)e^x$ c) $h(x) = \frac{e^x}{x}$

→ Correction vidéo : https://youtu.be/XcMePHk6Ilk

Méthode : Simplifier les écritures

Exercice 2.:

Simplifier l'écriture des nombres suivants :

$A = \frac{e^7 \times e^{-4}}{e^{-5}}$ $B = (e^5)^{-6} \times e^{-3}$ $C = \frac{1}{(e^{-3})^2} + \frac{(e^4)^{-1}}{e^2 \times e^{-6}}$ $D = \frac{(e^{2x})^3}{e^{3x+1} \times e^{-x-1}}$

→ Correction vidéo : https://youtu.be/qDFjeFyA_OY

Exercice 3.:

Simplifier les expressions suivantes où x est un réel quelconque:

$a)\ \frac{e^{1+x}}{e^{x+2}}$ $b)\ \frac{e^{3x}+e^x}{e^{2x}+e^x}$ $c)\ \left(\frac{e}{e^{-x}}\right)^4$

→ Correction vidéo : https://youtu.be/3AvBYavSY58

Méthode : Résoudre une équation ou une inéquation

Exercice 4.:

a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^{x^2-3} - e^{-2x} = 0$.

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $e^{4x-1} \geq 1$.

→ Correction vidéo: https://youtu.be/dA73-HT-I_Y , https://youtu.be/d28Fb-zBe4Y

Exercice 5.:

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes:

$a)\ e^{2-x} = e^x$ $b)\ e^{2x+3} = 1$ $c)\ e^{5-x^2} = e$

$d)\ e^{-x} = 0$ $e)\ 2e^{-x} = \frac{4}{e^x+1}$ $f)\ 2e^{-x} = \frac{1}{e^x+1}$

→ Correction vidéo : https://youtu.be/oKcY2idSIQU

Exercice 6.:

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes:

a) $e^{2x} - e^{x+1} < 0$ b) $1 - e^{x-2} \geq 0$

c) $e^x - \frac{1}{e^x} \leq 0$ d) $\frac{1}{e^x} - e > 0$

→ Correction : https://youtu.be/S3IJYmS7XJI , https://youtu.be/3AvBYavSY58

Exercice 7.:

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante: $1 - e^{x^2-1} > 0$

→ Correction vidéo : https://youtu.be/_gp06eJVpJU

Exercice 8.:

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes, en posant $X = e^x$:

$a)\ 2e^{2x} - e^x = 1 \qquad b)\ e^{2x} + 2e^x - 3 \leq 0$

Exercice 9.:

Déterminer le signe des expressions suivantes sur $\mathbb{R}$:

$a)\ 1 - e^x \qquad b)\ e^{2x} - 1 \qquad c)\ e^{2x} - e^{x+1} \qquad d)\ e^{(x^2)} - e^x \qquad e)\ 1 - \dfrac{1}{e^x}$

→ Correction vidéo : https://youtu.be/tRpogCSORuI

Exercice 10.:

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 - e^{-x}$.

1) Démontrer que pour tout réel $x < 0,\ \ f(x) < 0$.

2) Démontrer que pour tout réel $x \geq 0,\ \ 0 \leq f(x) < 1$.

Correction : https://youtu.be/qL21OmWBCRo et https://youtu.be/WhFzzOYFKJc

Méthode : Étudier une fonction exponentielle

Exercice 11.: Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+1)e^x$.

a) Calculer la dérivée de la fonction *f*.

b) Dresser le tableau de variations de la fonction *f*.

c) Déterminer une équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 0.

d) Tracer la courbe représentative de la fonction *f* en s'aidant de la calculatrice.

→ Correction vidéo : https://youtu.be/_MA1aW8ldjo

Exercice 12.:

Etudier la position relative de la courbe de la fonction exponentielle et de la droite d'équation y=*x* en étudiant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x - x$

→ Correction vidéo : https://youtu.be/RA4ygCl3ViE

Exercice 13.:

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{1-3x}$.

1) Déterminer $f'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis en déduire le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

2) Déterminer le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$ sans utiliser la dérivation.

→ Correction vidéo : https://youtu.be/m03LEef0VX0

Exercice 14.:

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2e^{-x}$.

Déterminer $f'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis en déduire le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

→ Correction vidéo : https://youtu.be/7v91MUI8AqQ

Méthode : Suite et exponentielle

Exercice 15.:

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 4 - e^{-\frac{n}{2}}$.

Démontrer que la suite (u_n) est strictement croissante par 2 méthodes différentes.

→ Correction vidéo : https://youtu.be/2WDca696j5A

Méthode : Étudier une fonction $t \longmapsto e^{kt}$ dans une situation concrète

Exercice 16.:

Suite à une infection, le nombre de bactéries contenues dans un organisme en fonction du temps (en heures) peut être modélisé par la fonction *f* définie sur [0 ; 10] et telle que $f'(t) = 0{,}14\, f(t)$.

1) Montrer que la fonction *f* définie sur [0 ; 10] par $f(t) = Ae^{0{,}14t}$ convient.

2) On suppose que $f(0) = 50000$. Déterminer A. → Correction vidéo : https://youtu.be/lsLQwiB9Nrg

3) Déterminer les variations de *f* sur [0 ; 10].

4) a) À l'aide de la calculatrice, donner un arrondi au millier près du nombre de bactéries après 3h puis 5h30.

b) À l'aide de la calculatrice, déterminer au bout de combien de temps le nombre de bactéries a-t-il doublé. Arrondir à l'heure près.

Méthode : courbe et fonction exponentielle

Exercice 17.:

On a tracé les courbes de quatre fonctions f, g, h, i définies sur $\mathbb{R}$.
On sait que $f(x) = e^x$, $g(x) = e^{-x}$, $h(x) = e^{0.5x}$, $i(x) = e^{-2x}$
Associer à chaque fonction la courbe qui lui correspond en justifiant.